

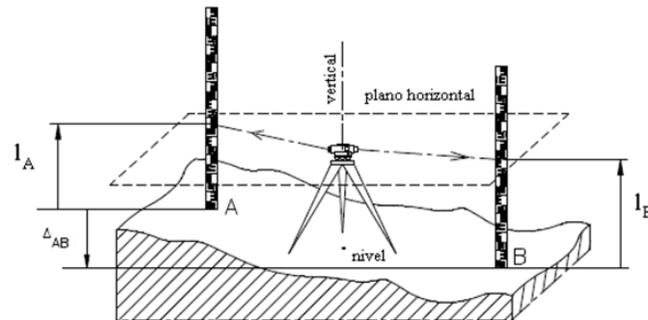
Nivelamento geométrico ou directo

O nivelamento geométrico ou directo consiste na determinação do desnível Δ_{AB} entre os pontos A e B através da utilização de um aparelho chamado **nível** e de uma régua vertical chamada **mira**. O nível é constituído por uma luneta que gira em torno de um eixo principal; quando o eixo principal é verticalizado, o movimento da luneta define um **plano horizontal**. A mira é sucessivamente colocada nos dois pontos A e B, efectuando o operador as leituras I_A e I_B . Obtém-se o **desnível** ou diferença de nível entre os pontos A e B efectuando a diferença entre as leituras:

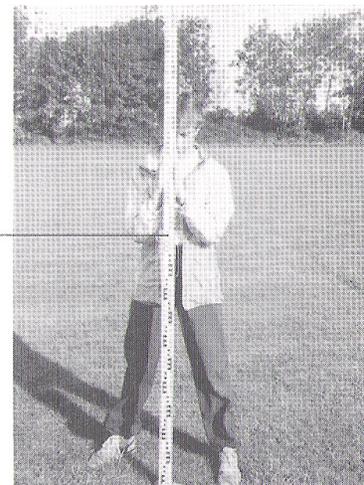
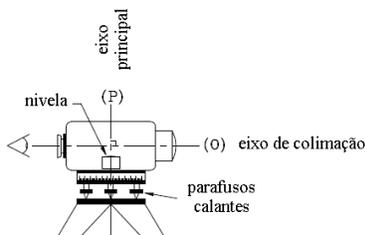
$$\Delta_{AB} = I_A - I_B$$

Tem-se da mesma forma:

$$\Delta_{BA} = I_B - I_A$$

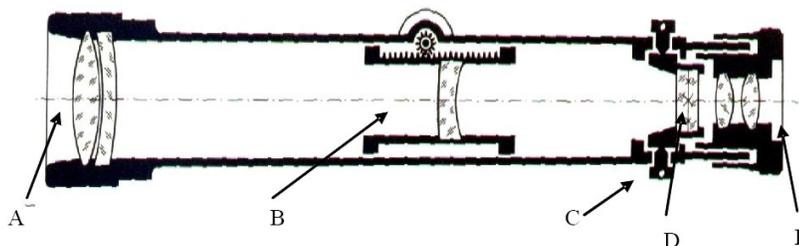


Nivelamento geométrico ou directo



Material: **Nível** (cuja principal característica é a definição de linhas de visada horizontais) + 1 ou 2 **miras**

Nivelamento geométrico ou directo



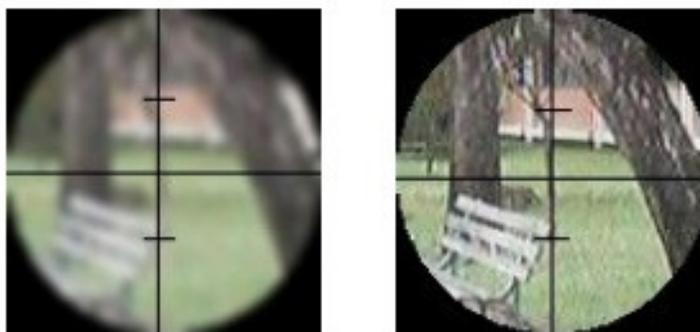
- A : Objetiva
- B : Sistema de focalização
- C : Parafusos de ajuste dos fios de retículo
- D : Reticulos
- E : Ocular

Princípio da luneta com retículo

Os fios do retículo, que definem a linha de pontaria, estão colocados numa placa de vidro situada entre as duas lentes; esta placa pode mover-se para a frente e para trás através de um botão de focagem, de modo a colocar o retículo no plano de focagem.

Existe paralaxe da imagem quando a imagem do objecto, dada pela objectiva, não se forma sobre o plano do retículo.

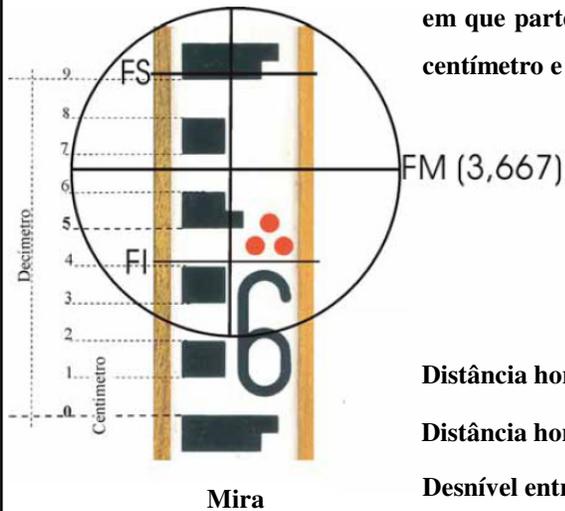
Nivelamento geométrico ou directo



A focagem (dos fios do retículo e da imagem) é fundamental pois dela resulta uma melhor ou pior pontaria: deve focar-se em primeiro lugar os fios do retículo com o anel de focagem colocado na ocular e depois a imagem do campo visual, de tal forma a que as duas imagens não apresentem movimento uma em relação à outra (paralaxe, que pode provocar um erro na pontaria).

Nivelamento geométrico ou directo

Na situação mais comum, a graduação da mira cresce da base (solo) para o topo, lendo-se o valor do metro (os 3 pontos encarnados indicam em que parte da mira se está a apontar), do decímetro (algarismo) e do centímetro e estimando-se o valor do milímetro (para cada um dos fios).



Fios do retículo

- Fio superior (FS)
- Fio médio (FM)
- Fio inferior (FI)

Distância horizontal entre o nível e a mira em A = $(FS_A - FI_A) * 100$

Distância horizontal entre o nível e a mira em B = $(FS_B - FI_B) * 100$

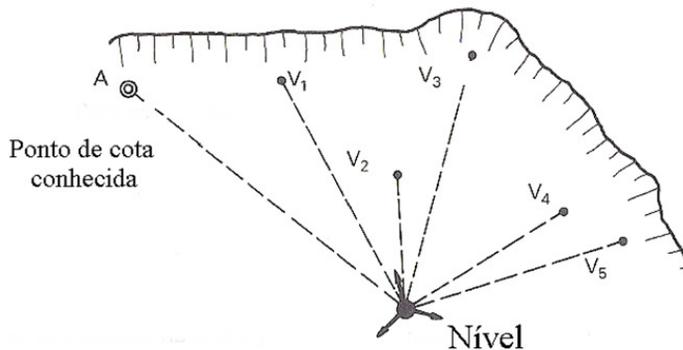
Desnível entre A e B = $FM_A - FM_B$

Nivelamento geométrico ou directo



Um trabalho de nivelamento que pode ser realizado recorrendo à utilização de um único estacionamento do nível (no caso de os pontos A e B serem suficientemente próximos) designa-se por **nivelamento geométrico simples**.

Nivelamento geométrico ou directo



$$\text{Cota}_{V_1} = 1.123 + (2.227 - 1.802) = 1.548 \text{ m}$$

$$\text{Cota}_{V_2} = 1.123 + (2.227 - 1.915) = 1.435 \text{ m}$$

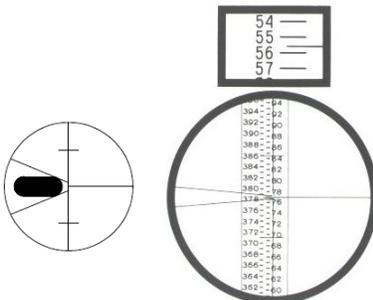
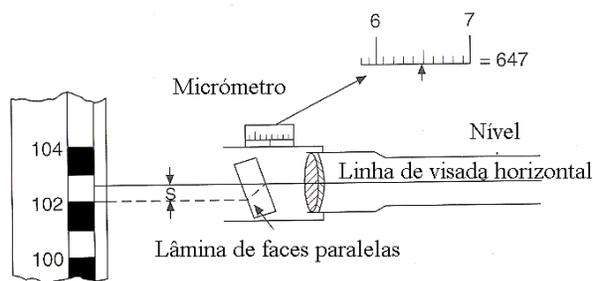
$$\text{Cota}_{V_3} = 1.123 + (2.227 - 2.529) = 0.821 \text{ m}$$

$$\text{Cota}_{V_4} = 1.123 + (2.227 - 2.356) = 0.994 \text{ m}$$

$$\text{Cota}_{V_5} = 1.123 + (2.227 - 2.708) = 0.642 \text{ m}$$

Após se ter estacionado o nível, visaram-se o ponto A, cuja cota é igual a 1.123 m e os pontos V1, V2, V3, V4 e V5. Sendo as leituras correspondentes ao fio médio respectivamente $FM_A = 2.227$ m, $FM_{V_1} = 1.802$ m, $FM_{V_2} = 1.915$ m, $FM_{V_3} = 2.529$ m, $FM_{V_4} = 2.356$ m, $FM_{V_5} = 2.708$ m, calcule a cota dos restantes pontos.

Nivelamento geométrico ou directo

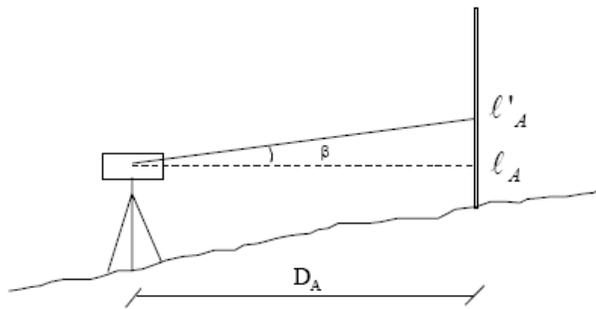


Fio médio: 0.77556 m

Lâmina de faces paralelas: rodando o botão do micrómetro, a lâmina de faces paralelas bascula sobre o eixo horizontal, dando origem a um deslocamento paralelo da linha de pontaria, para cima ou para baixo, movimento cuja amplitude máxima é igual a 1 cm, correspondendo a um intervalo da menor divisão da mira. Acertando o traço médio do retículo com uma graduação certa da mira, regista-se o valor do metro, decímetro e centímetro lidos na mira e no micrómetro regista-se o milímetro, décimo de milímetro e centésimo de milímetro, este último por estimação. A leitura 50 no micrómetro corresponde à posição vertical da lâmina de faces paralelas, na qual a linha de pontaria não sofre qualquer deslocamento. A leitura na mira é assim sempre 5 mm superior ao horizonte verdadeiro do instrumento, o que não tem qualquer importância já que estes 5 mm estão incluídos nas leituras atrás e à frente, sendo eliminados na diferença de leituras.

Nivelamento geométrico ou directo

O **erro de colimação** surge do facto de a visada efectuada com o nível não ser rigorosamente horizontal, existindo uma ligeira inclinação em relação à horizontal, designada por β na figura. Nestas condições, em vez de ser feita a leitura l_A na mira, faz-se a leitura l'_A (se a linha de pontaria estiver para cima da horizontal, o erro de colimação β é positivo, se a linha de pontaria descer em relação à horizontal β é negativo).



$$\text{De } \operatorname{tg} \beta = \frac{l'_A - l_A}{D_A}$$

$$\text{tem-se } l'_A - l_A = D_A \operatorname{tg} \beta$$

$$\text{donde } l_A = l'_A - D_A \operatorname{tg} \beta$$

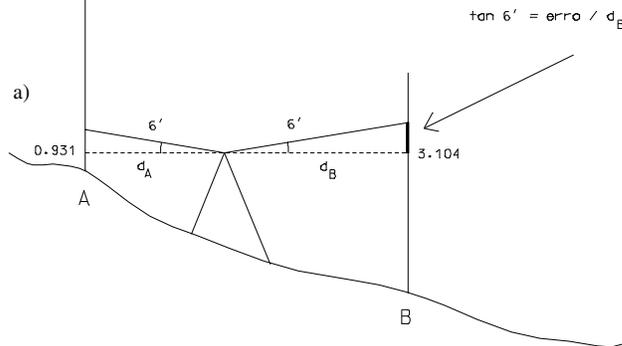
Nivelamento geométrico ou directo

Exemplo: a) calcule o desnível do ponto A para o ponto B supondo que o eixo de colimação tem uma inclinação (relativamente ao horizonte) de $+6'$.

b) Calcule o desnível do ponto A para o ponto B no caso da mira ter uma inclinação de 5° para a frente no ponto B.

	Leituras à rectaguarda					Leituras à frente					Desníveis	
	Fio superior (m)	Fio médio (m)	Fio inferior (m)	Média (m)	Distância (m)	Fio superior (m)	Fio médio (m)	Fio inferior (m)	Média (m)	Distância (m)	a subir	a descer
A	1.187	0.931	0.675									
B						3.361	3.104	2.848				

Nivelamento geométrico ou directo



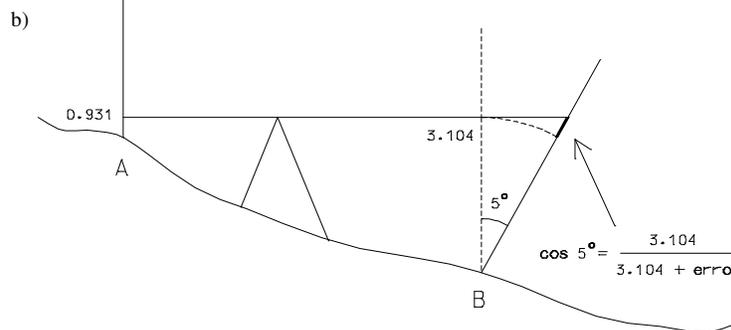
Existindo um erro de inclinação de $6'$, as leituras não seriam as indicadas mas sim um pouco maiores:

Leitura à reterguarda em A: $0.931 + 51.2 * \tan 6' = 1.020 \text{ m}$

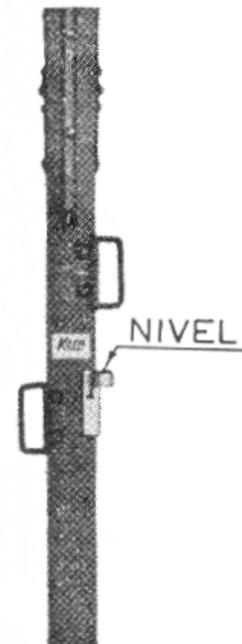
Leitura à frente em B: $3.104 + 51.3 * \tan 6' = 3.194 \text{ m}$

O desnível correspondente seria -2.174 m ou seja, embora o erro de colimação afecte bastante as leituras, neste caso, como as distâncias nível-miras são muito semelhantes atrás e à frente, a diferença é relativamente pequena (-2.173 m).

Nivelamento geométrico ou directo

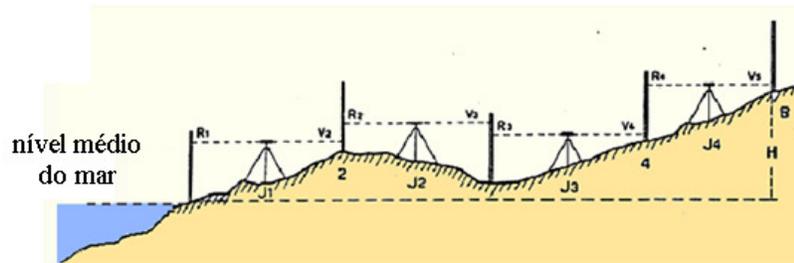


A leitura à frente em B seria: $3.104 + \text{erro} = 3.104 + 3.104 / \cos 5^\circ = 3.116$, pelo que o desnível entre A e B seria -2.185 m .



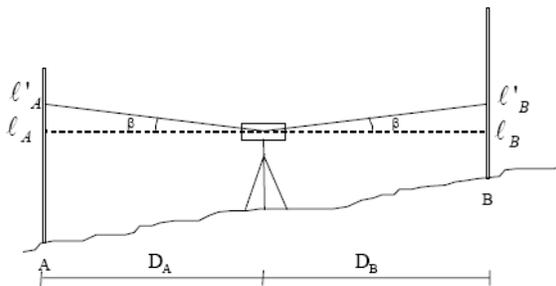
Nivelamento geométrico ou directo

Normalmente tem interesse atribuir cota a pontos afastados da marca de nivelamento com cota conhecida, sendo necessário percorrer uma linha de nivelamento, ocupando diversas estações: **nivelamento geométrico composto.**



Nivelamento geométrico ou directo

Método das visadas iguais: este método consiste em estacionar o nível a igual distância dos dois pontos onde é colocada a mira. No caso da figura a mira é colocada nos pontos A e B, sendo $D_A = D_B$.

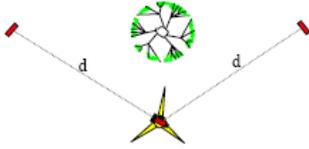


O erro linear na mira em A que resulta do erro de colimação é:

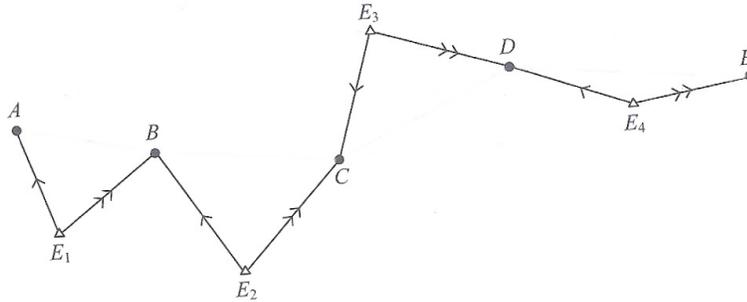
$$l'_A - l_A = D_A \operatorname{tg} \beta$$

$$\begin{aligned} dN_{AB} &= l_A - l_B \\ &= l'_A - D_A \operatorname{tg} \beta - l'_B + D_B \operatorname{tg} \beta = \\ &= l'_A - l'_B - D_A \operatorname{tg} \beta + D_B \operatorname{tg} \beta = \\ &= l'_A - l'_B = dN'_{AB} \end{aligned}$$

Nivelamento geométrico ou directo



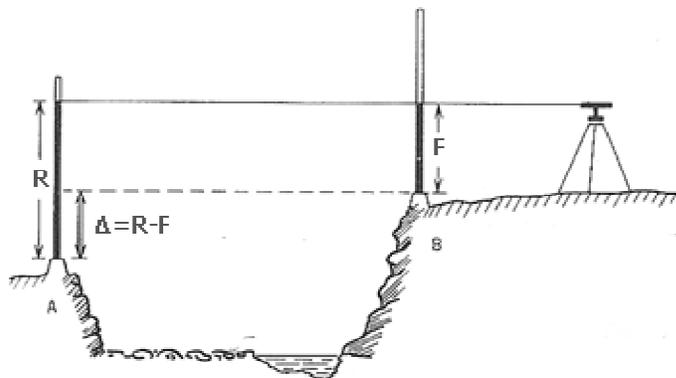
O nível não tem que ficar no enfiamento das miras, embora neste caso se consiga melhor rendimento ao longo de uma linha de nivelamento (para se obter a máxima precisão, a distância do nível à mira não deve ultrapassar 30 m).



Linha de nivelamento: para além de não ultrapassar o limite de 30 m entre o nível e a mira, é importante manter as distâncias entre o nível e a mira à rectaguarda e à frente semelhantes para que o erro de colimação cancele na diferença entre as leituras à rectaguarda e à frente.

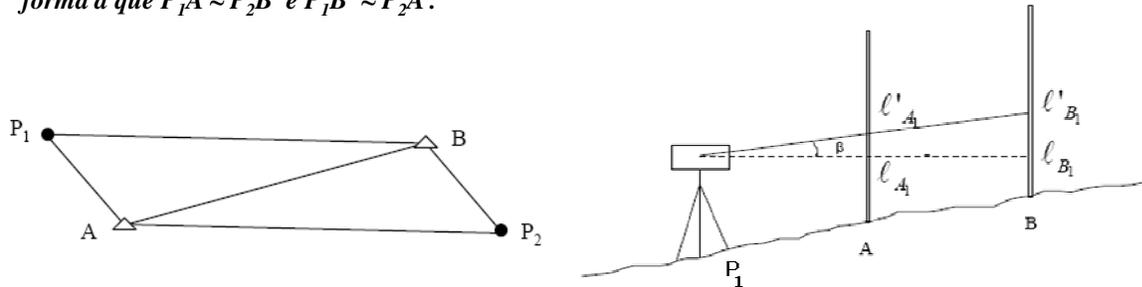
Nivelamento geométrico ou directo

Nalgumas situações, não é possível estacionar o nível a igual distâncias das duas miras.



Nivelamento geométrico ou directo

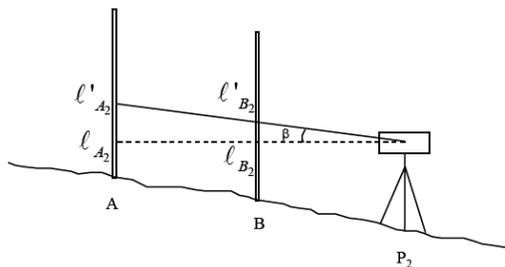
Método das visadas recíprocas: neste método fazem-se dois estacionamentos com o nível, em P_1 e P_2 , de forma a que $P_1A \approx P_2B$ e $P_1B \approx P_2A$.



Ao estacionar em P_1 , junto ao ponto A, se não houver erro de colimação, a linha de visada fica horizontal, obtendo-se nas miras as leituras l_{A1} e l_{B1} , sendo a diferença de nível correcta dada por $dN = l_{A1} - l_{B1}$. Havendo erro de colimação β , obtêm-se nas miras as leituras l'_{A1} e l'_{B1} , que conduzem a um valor incorrecto da diferença de nível $dN' = l'_{A1} - l'_{B1}$.

Nivelamento geométrico ou directo

Estacionando de seguida em P_2 , junto de B, obtêm-se as leituras nas miras l'_{B2} e l_{A2} . A diferença de nível correcta é dada por $dN = l_{A2} - l_{B2}$, enquanto que a diferença de nível afectada do erro de inclinação é dada por $dN' = l'_{A2} - l'_{B2}$.



Como o ângulo β se mantém

invariável e como $P_1A \approx P_2B$ e P_1B

$\approx P_2A$, tem-se:

$$l'_{B1} - l_{B1} = l'_{A2} - l_{A2}$$

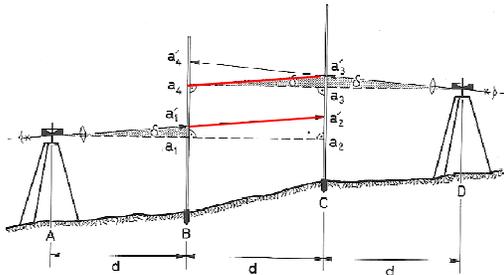
$$l'_{B2} - l_{B2} = l'_{A1} - l_{A1}$$

Subtraindo membro a membro estas igualdades obtém-se: $dN_{AB} = \frac{dN'_{AB} + dN''_{AB}}{2}$

Conclui-se então que a diferença de nível correcta é igual à média dos desníveis obtidos com os dois estacionamentos do nível, mesmo que o nível tenha erro de colimação.

Nivelamento geométrico ou directo

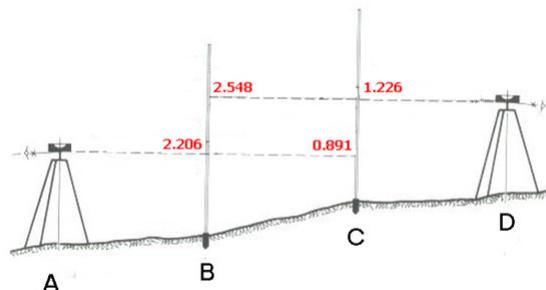
1. Verificação do erro de colimação do nível, não conhecendo a diferença de nível correcta entre dois pontos: num terreno plano, marcar uma distância igual a 60 m e dividi-la em 3 secções de igual comprimento. Colocar simultanea ou sucessivamente uma mira nos pontos B e C; se o aparelho estiver calibrado de tal forma que a linha de pontaria fique horizontal quando a bolha estiver calada, deverão ser obtidas as leituras a_1 e a_2 quando o nível está estacionado em A e as leituras a_3 e a_4 quando o nível está estacionado em D, que se relacionam através de $a_4 - a_1 = a_3 - a_2$. Uma linha de pontaria inclinada formará um ângulo δ com o plano horizontal: neste caso, calando a nivela esférica em A, obtêm-se as leituras a'_1 na mira em B e a'_2 na mira em C e calando a nivela esférica em D, obtêm-se as leituras a'_4 na mira em B e a'_3 na mira em C.



Considerando uma paralela à linha $a'_1 a'_2$ passando por a'_3 , esta linha intersecta a mira em B no ponto a_4 , ou seja, na cota indicada pela pontaria horizontal a partir de D, de tal forma que $a_4 - a'_1 = a'_3 - a'_2$ ou $a_4 = a'_1 - a'_2 + a'_3$. Se a'_4 diferir de a_4 mais do que **2 mm** a 40 m de distância repetir a medição. Se a diferença subsistir, a linha de pontaria deve ser ajustada.

Nivelamento geométrico ou directo

Exemplo: supondo que as observações seguintes foram efectuadas das condições do teste anterior, verifique a horizontalidade da linha de pontaria do nível.



$2.548 = 2.206 - 0.891 + 1.226 = 2.541 \Rightarrow$ a leitura a'_4 difere de a_4 mais do que ± 2 mm, devendo a linha de pontaria ser ajustada.

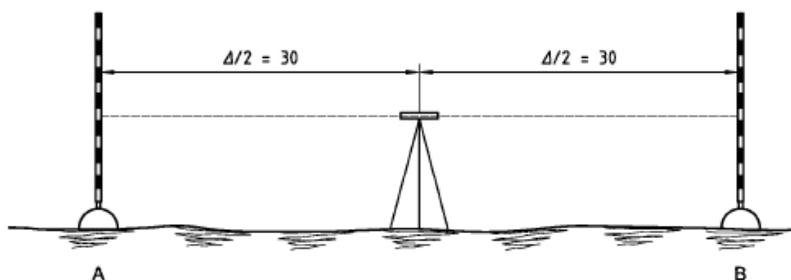
Nivelamento geométrico ou directo

A norma **ISO 17123-2** especifica os procedimentos que devem ser adoptados na determinação da **precisão de um nível** qualquer. Os resultados destes testes são influenciados pelas condições meteorológicas, em especial o gradiente da temperatura (um céu coberto e vento fraco constituem as condições mais favoráveis).

O **teste simplificado** pretende verificar se a precisão de um dado nível está dentro do limite permitido. O **teste completo** deve adoptar-se quando se pretende determinar o valor da precisão que é possível obter com um dado nível.

Nivelamento geométrico ou directo

Teste simplificado: de forma a manter a influência da refração tão pequena quanto possível, deve seleccionar-se uma zona horizontal, colocando duas miras separadas por uma distância de 60 m, aproximadamente (em solo estável ou sobre sapatas), nos pontos A e B. O nível deve ser colocado a **meia distância** das miras. Antes de iniciar o teste, o aparelho deve adaptar-se à temperatura ambiente (esperar dois minutos por cada °C de diferença de temperatura da caixa e ambiente).

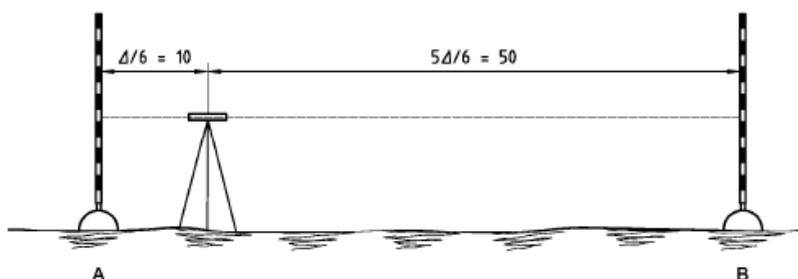


Nivelamento geométrico ou directo

O primeiro conjunto de medições é constituído por **10 pares** de leituras nas miras em A e B, respectivamente $x_{A,j}$ e $x_{B,j}$, $j=1,\dots,10$; entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização de 5 pares de leituras ($x_{A,1}$, $x_{B,1}$, $x_{A,2}$, $x_{B,2}$, $x_{A,3}$, $x_{B,3}$, $x_{A,4}$, $x_{B,4}$, $x_{A,5}$, $x_{B,5}$), as miras devem trocar de posição, realizando-se os restantes 5 pares de leituras ($x_{A,6}$, $x_{B,6}$, $x_{A,7}$, $x_{B,7}$, $x_{A,8}$, $x_{B,8}$, $x_{A,9}$, $x_{B,9}$, $x_{A,10}$, $x_{B,10}$).

Nivelamento geométrico ou directo

O segundo conjunto de medições é efectuado com o nível situado a cerca de **10 m do ponto A** e é constituído por 10 pares de leituras nas miras em A e B, respectivamente: ($x_{A,11}$, $x_{B,11}$, $x_{A,12}$, $x_{B,12}$, $x_{A,13}$, $x_{B,13}$, $x_{A,14}$, $x_{B,14}$, $x_{A,15}$, $x_{B,15}$) e ($x_{A,16}$, $x_{B,16}$, $x_{A,17}$, $x_{B,17}$, $x_{A,18}$, $x_{B,18}$, $x_{A,19}$, $x_{B,19}$, $x_{A,20}$, $x_{B,20}$). De forma idêntica à série anterior, entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização de 5 pares de leituras as miras devem trocar de posição.



Nivelamento geométrico ou directo

Cálculo: $d_j = x_{A,j} - x_{B,j} \quad j = 1, \dots, 20$

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{10} d_j}{10}$$

$$r_j = \bar{d}_1 - d_j \quad j = 1, \dots, 10$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{10} r_j^2}{j-1}}$$

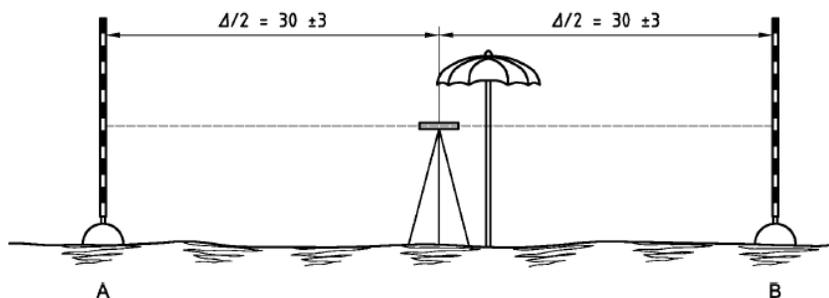
$$v = 10 - 1 = 9$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\sum_{j=11}^{20} d_j}{10}$$

A diferença $\bar{d}_1 - \bar{d}_2$ deve ser majorada por $\pm p$, de acordo com a norma ISO 4463-1; se o valor de p não estiver disponível, $|\bar{d}_1 - \bar{d}_2|$ deve ser inferior a **2.5 s**. Se esta diferença for demasiado grande, significa que há uma incerteza excessiva nas leituras correspondentes à distância 50 m, resultante de erros de leitura, refração e erro de colimação. Nesse caso, verificar o erro de colimação.

Nivelamento geométrico ou directo

Teste completo: de forma a manter a influência da refração tão pequena quanto possível, deve seleccionar-se uma zona horizontal, colocando duas miras separadas por uma distância de 60 m, aproximadamente (em solo estável ou sobre sapatas), nos pontos A e B. O nível deve ser colocado a meia distância das miras ($30 \text{ m} \pm 3 \text{ m}$). Antes de iniciar o teste, o aparelho deve adaptar-se à temperatura ambiente (esperar dois minutos por cada °C de diferença de temperatura).



Nivelamento geométrico ou directo

O primeiro conjunto de medições é constituído por **20 pares** de leituras nas miras em A e B, respectivamente $x_{A,j}$ e $x_{B,j}$, $j=1,\dots,20$; entre cada par de leituras o aparelho deve ser ligeiramente mudado de posição e após a realização dos 10 pares de leituras ($x_{A,1}$, $x_{B,1}$, $x_{A,2}$, $x_{B,2}$, $x_{A,3}$, $x_{B,3}$, $x_{A,4}$, $x_{B,4}$, $x_{A,5}$, $x_{B,5}$, $x_{A,6}$, $x_{B,6}$, $x_{A,7}$, $x_{B,7}$, $x_{A,8}$, $x_{B,8}$, $x_{A,9}$, $x_{B,9}$, $x_{A,10}$, $x_{B,10}$) a ordem de leitura inverte-se, realizando-se os 10 pares de leituras restantes ($x_{B,11}$, $x_{A,11}$, $x_{B,12}$, $x_{A,12}$, $x_{B,13}$, $x_{A,13}$, $x_{B,14}$, $x_{A,14}$, $x_{B,15}$, $x_{A,15}$, $x_{B,16}$, $x_{A,16}$, $x_{B,17}$, $x_{A,17}$, $x_{B,18}$, $x_{A,18}$, $x_{B,19}$, $x_{A,19}$, $x_{B,20}$, $x_{A,20}$).

Nivelamento geométrico ou directo

No segundo conjunto de medições, as miras são mudadas de posição e o procedimento anterior é repetido, obtendo-se os pares de observações: ($x_{A,21}$, $x_{B,21}$, $x_{A,22}$, $x_{B,22}$, $x_{A,23}$, $x_{B,23}$, $x_{A,24}$, $x_{B,24}$, $x_{A,25}$, $x_{B,25}$, $x_{A,26}$, $x_{B,26}$, $x_{A,27}$, $x_{B,27}$, $x_{A,28}$, $x_{B,28}$, $x_{A,29}$, $x_{B,29}$, $x_{A,30}$, $x_{B,30}$) e ($x_{B,31}$, $x_{A,31}$, $x_{B,32}$, $x_{A,32}$, $x_{B,33}$, $x_{A,33}$, $x_{B,34}$, $x_{A,34}$, $x_{B,35}$, $x_{A,35}$, $x_{B,36}$, $x_{A,36}$, $x_{B,37}$, $x_{A,37}$, $x_{B,38}$, $x_{A,38}$, $x_{B,39}$, $x_{A,39}$, $x_{B,40}$, $x_{A,40}$).

Nivelamento geométrico ou directo

Cálculo:

$$d_j = x_{A,j} - x_{B,j} \quad j = 1, \dots, 40 \quad \bar{d}_1 = \frac{\sum_{j=1}^{20} d_j}{20} \quad \bar{d}_2 = \frac{\sum_{j=21}^{40} d_j}{20}$$

$$r_j = \bar{d}_1 - d_j \quad , \quad j = 1, \dots, 20 \quad r_j = \bar{d}_2 - d_j \quad , \quad j = 21, \dots, 40 \quad \sum_{j=1}^{40} r_j^2 = \sum_{j=1}^{20} r_j^2 + \sum_{j=21}^{40} r_j^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{40} r_j^2}{v}}$$

$$v = 2(20 - 1) = 38$$

(s é o desvio padrão de um desnível correspondente a uma distância de 60 m)

$$\delta = \bar{d}_1 - \bar{d}_2$$

Nivelamento geométrico ou directo

Pode obter-se uma relação entre o **desvio padrão para 1 km de nivelamento duplo** ($s_{1\text{km nivelamento duplo}}$) e o desvio padrão s associado ao desnível correspondente à distância 60 m:

$$s_{1\text{km nivelamento duplo}} = \frac{s}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1000 \text{ m}}{60 \text{ m}}} = 2.89 s$$

Daqui tem-se que para um dado desnível correspondente a uma distância $d(\text{m})$ observado com um aparelho cujo desvio padrão para 1 km de nivelamento duplo ($s_{1\text{km nivelamento duplo}}$) é conhecido é possível associar o desvio padrão:

$$s^{\text{mm}} = s_{1\text{km nivelamento duplo}} \sqrt{\frac{2 d(\text{m})}{1000}}$$

Nivelamento geométrico ou directo

Interpretação dos resultados :

- a) O desvio padrão experimental s é aceitável relativamente ao correspondente desvio padrão σ indicado pelo fabricante?

$$\text{sim se } s \leq \sigma \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha}^2(v)}{v}} = \sigma \sqrt{\frac{\chi_{0.95}^2(38)}{38}} = \sigma \sqrt{\frac{53.38}{38}} = 1.19 \sigma$$

- b) A diferença δ das origens das duas miras é nula?

c) **sim se** $|\delta| \leq \frac{s}{\sqrt{10}} t_{1-\alpha/2}(v) = \frac{s}{\sqrt{10}} 2.02 = 0.64 s$

Nivelamento geométrico ou directo

Desvio padrão de um desnível:

O desvio padrão de um desnível varia de acordo como nível e a(s) mira(s) utilizados, o cuidado na realização da medição, a estabilidade dos pontos onde as miras são colocadas, a força do vento, os erros de leitura, etc, acumulando-se o efeito dos erros aleatórios. No caso do nivelamento de baixa precisão, tem-se: o erro de calagem da nivela tórica associada ao eixo principal (num nível não automático) é da ordem de ± 0.5 mm a 30 m; o erro devido à falta de verticalidade da mira é da ordem de ± 1 mm a 30 m; o erro associado ao suporte da mira no solo, com ou sem sapata, é da ordem de ± 0.5 mm. Assim, para uma visada tem-se um desvio padrão $\sigma = \sqrt{(0.5^2 + 1^2 + 0.5^2)} = \pm 1.22$ mm. Para um desnível (duas visadas) $\sigma = \pm 1.22 \sqrt{2} = \pm 1.73$ mm. Para um percurso com N desníveis, tem-se $\sigma = \pm 1.7 \sqrt{N}$.